EL CÁLCULO DE VARIACIONES

A la hora de investigar la Naturaleza, el hombre ha deseado siempre encontrar leyes muy generales y de amplios campos de aplicación, que le permitieran explicar su comportamiento. En ese papel, las matemáticas, pero no sólo ellas, han tenido y tienen mucho que decir. La presencia de formas o de organizaciones repetidas una y otra vez entre animales o minerales, entre estructuras astronómicas o microscópicas, parecen querer decirnos que es posible que esas leyes existan. En el siglo XVIII se halló un principio mecánico al que las matemáticas vendrían a dar soporte y consistencia: el Principio de Maupertuis.

por Lolita Brain

Maupertuis participó en la expedición al Ártico de principios del XVIII para medir el meridiano terrestre. Fue nombrado presidente de la Real Academia de Berlín por Federico II, en 1746.

UN PRINCIPIO PARA TODO

Nacido como un principio metafísico, el francés Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759) enunció en 1744 el principio que lleva su nombre: **en todo cambio que se produzca en la Naturaleza, la cantidad de acción necesaria para tal cambio ha de ser la mínima posible**. Maupertuis cuantificó su ley utilizando ideas de Leibniz en la fórmula: *acción = energía x tiempo*.

Para Maupertuis, esta ley fundamental era manifestación de la sabiduría y de la existencia de Dios. Este principio moral caló profundamente en la física y en la matemática de la época. De algún modo, intervino en el espectacular desarrollo de las técnicas para resolver problemas en los que se busca responder a preguntas sobre qué es lo más alto, lo más rápido o lo más corto: el cálculo de variaciones.

LA DISCORDIA DE BERLÍN

El matemático y físico Leonard Euler había demostrado en 1744 que el *principio de mínima acción* permitía deducir el movimiento de los planetas. Estaba convencido de que los fenómenos de la naturaleza obedecían a un principio según el cual, tras los fenómenos del universo se halla una magnitud que se hace máxima o mínima y que eso explica el fenómeno. Lo escribió en un apéndice del primer libro de cálculo de variaciones: "Un método para hallar líneas curvas que gocen de una propiedad máxima o mínima". Y lo escribió dos años antes que Maupertuis publicara su libro. En éste, el francés mencionó que Euler *había aplicado* su método, y no reconoció la primacía de Euler en enunciar con mucho más rigor el Principio de Economía. Ante el asombro de todos, Euler admitió públicamente la primacía de Maupertuis.

Por aquel entonces, Euler pertenecía a la Academia de Berlín, de la que Maupertuis era su presidente. Pero su actitud le proporcionó tal rechazo que abandonó Berlín en 1753.

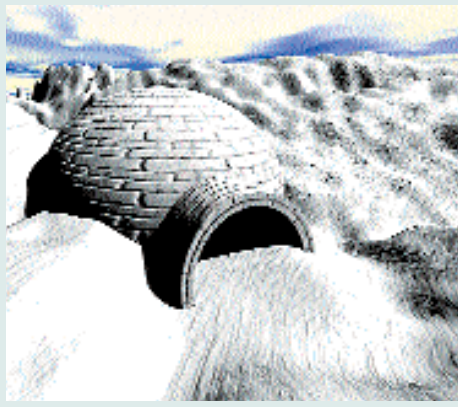
JOSEPH-L. LAGRANGE (1736 - 1813)

EL CÁLCULO DE VARIACIONES

A la luz del cálculo infinitesimal inventado por Newton y Leibniz, nació el cálculo de variaciones que busca resolver problemas de optimización, como por ejemplo qué curva es la más rápida por la que cae libremente un objeto o qué camino es el más corto para conectar puntos de una esfera. Son problemas muy importantes ya que en nuestras vidas constantemente mejoramos a costa de encontrar la forma más aerodinámica para un coche o las dimensiones del *brick* más económico para embotellar un litro de leche. Los Bernoulli, Euler y Lagrange son los padres de esta teoría matemática que resuelve sistemáticamente estos problemas.

JAKOB BERNOULLI (1654 - 1705)

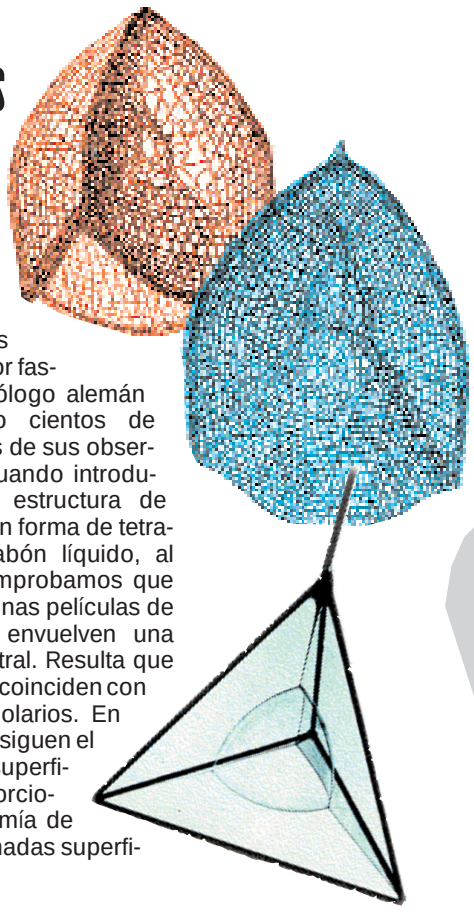
LOS ESQUIMALES, SABIOS MATEMÁTICOS



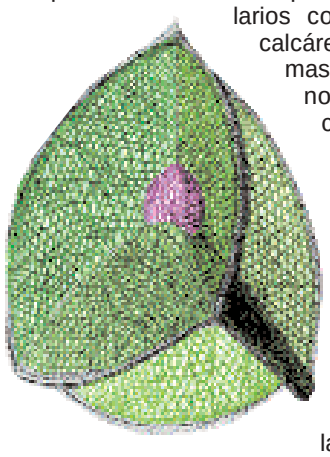
Los esquimales resolvieron un clásico problema de cálculo de variaciones cientos de años antes que nacieran los Bernoulli. Para ellos más que para otros humanos, la forma de su casa ha de estar bien pensada con el fin de proporcionar la menor superficie (para mantener el calor), y a la vez debe ser lo mayor posible. Los iglús que construyen tienen la forma óptima para esas condiciones.

En matemáticas el problema se enunciaría así: averiguar cuál es el área en el espacio que para un volumen dado hace mínima su superficie.

LAS POMPAS DE JABÓN Y LOS RADIOLARIOS



Para que puedas apreciar el valor del Principio de Economía te mostramos los dibujos de los esqueletos de la especie *Callimitra*, unos protozoos radiolarios con esqueleto calcáreo, cuyas formas geométricas nos asombran por fascinantes. El biólogo alemán Haeckel hizo cientos de estos dibujos de sus observaciones. Cuando introducimos una estructura de alambre con forma de tetraedro en jabón líquido, al sacarla comprobamos que se forman unas películas de jabón que envuelven una burbuja central. Resulta que estas formas coinciden con las de los radiolarios. En ambos casos, estas formas son las que consiguen el menor área posible, lo que las convierte en superficies minimales. Esta menor superficie proporciona mayor estabilidad y equilibrio o economía de recursos para su construcción. Son las llamadas superficies de Plateau (1801 -1883).



Dido fundando Cartago. J. Turner. 1815. National Gallery. Londres.

DIDO, LA PIEL DE VACA Y EL PROBLEMA ISOPERIMÉTRICO

La princesa fenicia Dido —según se cuenta en la *Eneida* de Virgilio— hubo de huir de su hermano el rey Pigmalión. Arribó en África, donde se fundaría después Cartago, y pidió a Jarbas de Numidia que le vendiera tierra para poder tener una patria. Jarbas le sugirió que sólo le proporcionaría "la tierra que pudiera ser encerrada en una piel de vaca". Inteligentemente, Dido hizo cortar en tiras muy finas la piel y fabricó un largo cordel con ellas. Extendiendo la cuerda hasta formar un círculo, consiguió encerrar la mayor cantidad posible de terreno. Dido aún afinó más y extendió el cordel en línea recta paralela a una playa, formando un semicírculo que le dio aún más terreno. Y esto es así porque la circunferencia es, de todas las curvas que midan lo mismo, la que encierra mayor área; es la solución a un problema isoperimétrico.

lolitabrain@lolitabrain.com